

Nombre de estudiante:

Fecha: _____

Nombre de la persona de contacto:

Número de teléfono: _____



Math on the Move

Lección 7

Números mixtos

Objetivos

- Entender las relaciones entre fracciones y números mixtos
- Convertir entre números mixtos y fracciones impropias
- Sumar, restar, multiplicar y dividir con números mixtos

Autores:

Jason March, B.A.
Tim Wilson, B.A.

Traductores:

Felisa Brea
Hugo Castillo

Editor:

Linda Shanks

Gráficos/Gráficas:

Tim Wilson
Jason March
Eva McKendry

Como el sistema de medidas estándar es usado comúnmente en los Estados Unidos, esas unidades de medida (inches, feet, yards, miles, pounds, ounces, cups, pints, quarts, y gallons) han sido dejadas en inglés. Estas unidades de medida aparecen en mayor detalle en la lección 14.

Centro National PASS
Centro Migrante BOCES Geneseo
27 Lackawanna Avenue
Mount Morris, NY 14510
(585) 658-7960
(585) 658-7969 (fax)
www.migrant.net/pass



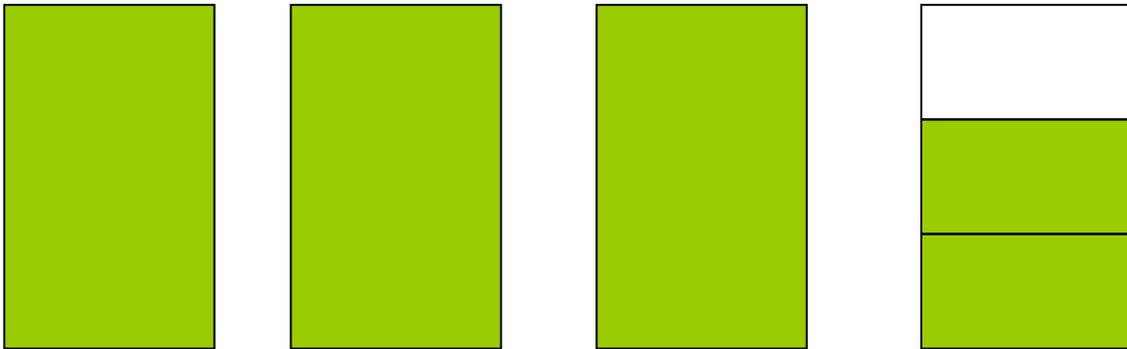
Preparado por el Centro PASS bajo los auspicios del Comité Coordinador Nacional de PASS con fondos del Centro de Servicios de Educación de la Región 20, San Antonio, Texas como parte del proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante (MAS) = Logros en Matemáticas Achievement = Success (MAS) - Además, del apoyo de proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante de Oportunidades para el Éxito para los Jóvenes fuera-de-la-Escuela (OSY) bajo el liderazgo del Programa de Educación Migrante de Kansas.

Ahora estás feliz con tu trabajo de vendimiador. Cada día, eres capaz de recoger más y más uvas.

Un día, pudiste recoger suficientes uvas para llenar tres barriles grandes y $\frac{2}{3}$ del cuarto barril. Tú

piensas, "Me pregunto ¿cómo puedo escribir esto con números?"

Ahora trabajas con números enteros y fracciones. Miremos al modelo de las uvas que recogiste.



$$1 + 1 + 1 + \frac{2}{3}$$

Sabemos que $1+1+1+\frac{2}{3}=3+\frac{2}{3}$. En matemáticas, vemos la suma de números enteros y fracciones

muy a menudo. Esos números se llaman **números mixtos**, y hay una manera especial de escribirlos.

- Un **número mixto** es la suma de un número entero, como el 3, y una fracción, como $\frac{2}{3}$.

Cuando se escribe, el signo de la suma está allí todavía, pero escondido.

$$\text{Así, } 3 + \frac{2}{3} = 3\frac{2}{3}, \text{ y } A + \frac{b}{c} = A\frac{b}{c}.$$

Un número mixto, como $5\frac{3}{4}$ se dice, "cinco y tres cuartos."

Se llama número "mixto" porque estamos mezclando números enteros con fracciones. Los números mixtos muestran cuántos enteros hay en un número que no es un número entero en realidad.

Recuerda las uvas. No llenamos el cuarto barril del todo, pero tenemos más de tres barriles, $3\frac{2}{3}$

está entre el número entero 3 y 4. Al hablar, decimos $3\frac{2}{3}$ como "tres y dos tercios."

Los números mixtos pueden convertirse en fracciones, también.

De la definición de arriba, $3\frac{2}{3} = 3 + \frac{2}{3}$.

Separamos el 3, $= 1 + 1 + 1 + \frac{2}{3}$.

Como cada 1 vale tres tercios, nos da, $= \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$.

Ahora que tenemos denominadores comunes, podemos sumar los numeradores. $= \frac{9}{3} + \frac{2}{3}$

$$= \frac{11}{3}$$

- Una fracción con un numerador que es menor que su denominador se llama **fracción propia**. Una fracción con un numerador mayor o igual a su denominador, se llama **fracción impropia**.

Así $\frac{13}{3}$ es una fracción impropia porque arriba, el 13, es mayor que el número de abajo, el 3.

La fracción $\frac{7}{18}$ es una fracción propia, ya que el 7 es más pequeño que el 18.

Los números mixtos y los números enteros pueden siempre mostrarse como fracciones impropias,

Cuando convertimos $3\frac{2}{3}$ en una fracción impropia, primero observamos que $3\frac{2}{3}$ en realidad significa "tres enteros y dos tercios." Después, decimos que tres enteros es lo mismo que nueve tercios. Por último, combinamos nueve tercios con dos tercios para conseguir la respuesta, $3\frac{2}{3} = \frac{11}{3}$. Este método puede usarse con cualquier número mixto.

Para convertir un número mixto en una fracción impropia:



Algoritmo

1. Multiplica el número entero, parte del número mixto, por el denominador de la fracción.
2. Suma este producto al numerador de la fracción.
3. Pon la fracción en la forma más simple.

$$5\frac{3}{4} = \overset{+}{\curvearrowright} 5 \overset{\times}{\underset{\times}{4}} \frac{3}{4} = \frac{(5 \times 4) + 3}{4} = \frac{23}{4}$$

¡Inténtalo!



1. Escribe los números mixtos como fracciones impropias.

a) $1\frac{1}{3}$

b) $2\frac{7}{8}$

c) $3\frac{3}{4}$

d) $5\frac{3}{5}$

¿Y si tenemos una fracción impropia y la queremos convertir en un número mixto?

Ejemplo

Escribe $\frac{9}{4}$ como un número mixto.

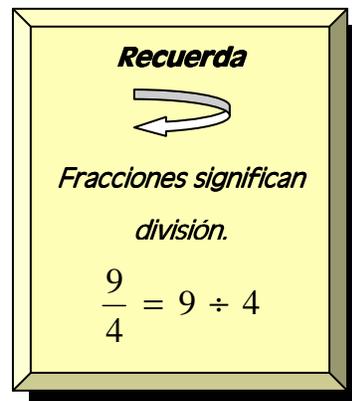
Solución

En este ejemplo, trabajamos con cuartos. Ya sabemos que hay cuatro cuartos en cada entero, porque $\frac{4}{4} = 1$. Además, al mirar a la fracción, recordamos que el numerador te dice cuántos medios, tercios, cuartos, quintos, etc., tiene. En este caso tenemos nueve cuartos. Lo que necesitamos saber es cuántos grupos de cuatro hay en nueve. Si dividimos nueve entre cuatro, vemos

$$\begin{array}{r} 2 \text{ R} 1 \\ 4 \overline{)9} \\ \underline{8} \\ 1 \end{array}$$

Hay dos enteros y queda un cuarto, entonces nuestra respuesta es,

$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$



Podemos usar este método para convertir cualquier fracción impropia en un número mixto.



Algoritmo

Para convertir una fracción impropia en un número mixto:

1. Divide el numerador de la fracción por su denominador.
2. El número de veces que lo divides exactamente es la parte "entera" del número mixto.
3. A la derecha, escribe una fracción. El numerador será el resto hallado en el paso 2, y el denominador permanecerá igual al de la fracción original.

$$\begin{aligned} & \frac{9}{2} \\ &= 9 \div 2 \\ &= 4 \text{ R } 1 \\ &= 4\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ejemplo

Escribe $\frac{14}{3}$ como un número mixto

Solución

Primero escribe $\frac{14}{3}$ como una división.

$$3 \overline{)14}$$

$$3 \overline{)14} \quad R 2$$

Halla el cociente con el resto.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{)14} \\ \underline{-12} \\ 2 \end{array}$$

El 4 a la izquierda, el 2 es el numerador,
y el 3 es el denominador.

$$4 \frac{2}{3}$$

 **¡Inténtalo!**

2. Escribe las fracciones impropias como números mixtos en la forma más simple.

a) $\frac{5}{3}$

b) $\frac{21}{8}$

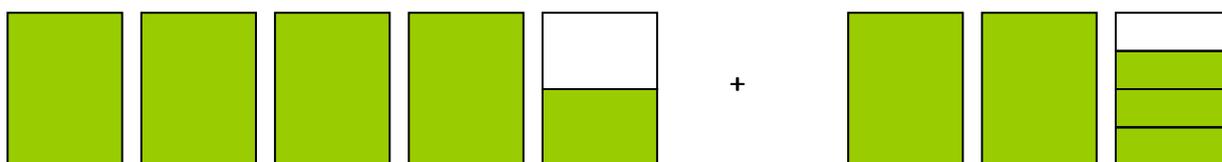
c) $\frac{5}{4}$

d) $\frac{11}{5}$

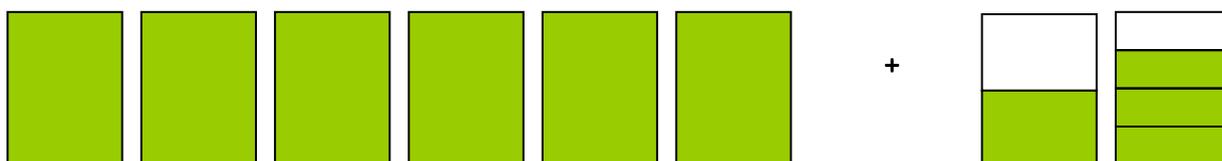
Observa que cuando $\frac{9}{4}$ se escribe como $2\frac{1}{4}$, es mucho más fácil decir qué grande es con sólo mirarlo.

Al continuar vendimiando, comienzas a hacer amigos. Uno de tus amigos, Jorge, quiere saber cuántas uvas vendimiaron los dos juntos en un día. Tú recogiste $4\frac{1}{2}$ barriles de uvas, y él, $2\frac{3}{4}$ barriles. ¿Cuántos barriles de uvas en total recogieron tú y Jorge juntos?

Tratamos de hallar $4\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}$. Visualmente, es,



Al observar esto, podemos ver que hay seis barriles llenos y $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ barriles de sobra.



Recuerde, para hallar $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$, debemos primero hallar un denominador común. El mínimo común denominador en este caso es 4. Entonces para cambiar el denominador de 2 a 4, escribimos,

$$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

Entonces tenemos $6 + \frac{5}{4}$. al mirar, vemos que es claramente $7\frac{1}{4}$.



Así es si sólo usamos números.

Agrupar los enteros juntos, y agrupar las fracciones juntas.

$$4\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}$$
$$= 4 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$

Suma los números enteros.

$$= 6 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$

Saca el común denominador.

$$= 6 + \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{3}{4}$$

Suma las fracciones.

$$= 6 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}$$
$$= 6 + \frac{5}{4}$$

Convierte las fracciones impropias en números mixtos

$$= 6 + 1\frac{1}{4}$$

Suma los enteros, y escríbelos como número mixto.

$$= 7\frac{1}{4}$$

Para sumar números mixtos:



Algoritmo

1. Suma los enteros.
2. Suma las fracciones.
3. Si la suma de las fracciones es impropia, cambia la fracción a un número mixto, y suma los enteros de nuevo.
4. Pon la fracción en la forma más simple.

Aquí está algo más difícil.

Ejemplo

Simplifica $2\frac{5}{9} + 4\frac{7}{8}$.

Solución

$$\begin{aligned} & 2\frac{5}{9} + 4\frac{7}{8} \\ &= 2 + 4 + \frac{5}{9} + \frac{7}{8} \\ &= 6 + \frac{5}{9} + \frac{7}{8} \\ &= 6 + \frac{5 \times 8}{9 \times 8} + \frac{7 \times 9}{8 \times 9} \\ &= 6 + \frac{40}{72} + \frac{63}{72} \\ &= 6 + \frac{103}{72} \\ &= 6 + 1\frac{31}{72} \\ &= 7\frac{31}{72} \end{aligned}$$



¡Inténtalo!

3. Halla las sumas;

a) $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}$

b) $2\frac{1}{3} + 9\frac{5}{12}$

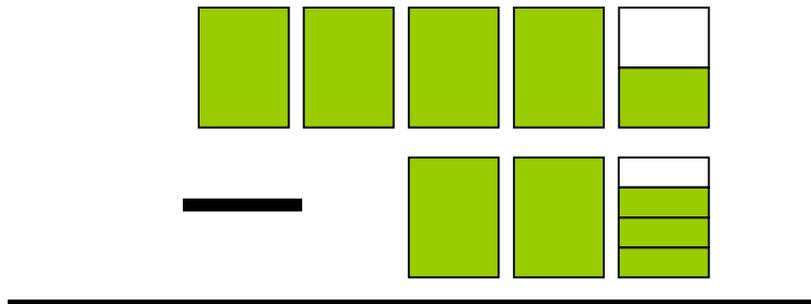
c) $4\frac{2}{5} + 3\frac{2}{3}$

Después de decirle a Jorge cuánto vendimiaron juntos, él quiere saber cuántos barriles de uvas recogiste más que él. Podemos mostrarle esto también.

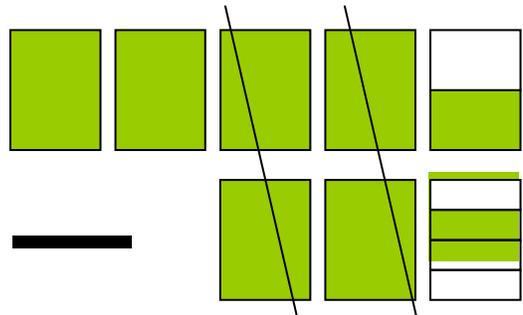
Recuerda que recogiste $4\frac{1}{2}$ barriles de uvas, y él, $2\frac{3}{4}$ barriles de uvas. Queremos hallar cuántas más recogiste, entonces debemos hallar,

$$4\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}$$

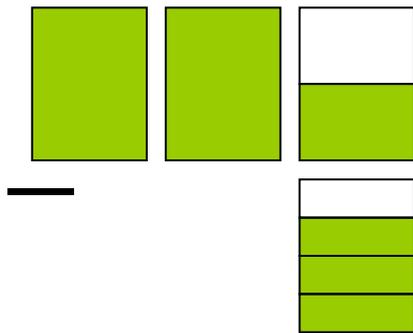
Usando un modelo, es



Saca los enteros primero,



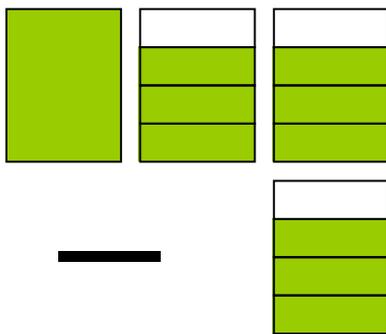
Queda



No podemos sacar $\frac{3}{4}$ de un

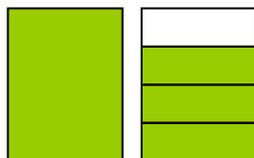
barril de $\frac{1}{2}$ de un barril

Tomaremos prestado un cuarto de uno de los barriles enteros y restamos.



==

Es igual a



Con números,

Resta los números enteros.

$$4 \frac{1}{2} - 2 \frac{3}{4}$$
$$= 2 \left(\frac{1}{2} \right) - \frac{3}{4}$$

Halla el común denominador.

Como 2 es menor que 3, debemos tomar prestado un entero, convertirlo en cuatro cuartos, y sumarlo a la fracción.

$$= 2 \frac{2}{4} - \frac{3}{4}$$
$$= 1 \frac{6}{4} - \frac{3}{4}$$

Resta las fracciones, y escribe la respuesta como un número mixto.

$$= 1 \frac{3}{4}$$

Entonces, recogiste $1 \frac{3}{4}$ más barriles de uvas que Jorge.

Otra manera de hacer este problema es convertir todo en fracciones impropias.

$$4\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}$$

El número de abajo \times El número al lado + El número de arriba

$$= \frac{(2 \times 4) + 1}{2} - \frac{(4 \times 2) + 3}{4}$$

Simplifica los numeradores.

$$= \frac{9}{2} - \frac{11}{4}$$

Halla un denominador común.

$$= \frac{9 \times 2}{2 \times 2} - \frac{11}{4}$$

$$= \frac{18}{4} - \frac{11}{4}$$

Resta las fracciones.

$$= \frac{7}{4}$$

Escribe como número mixto.

$$= 1\frac{3}{4}$$

Ahora probablemente ves que tomar prestado tiene sus trucos, y que a veces, convertir a fracciones impropias es más difícil. Por eso tenemos dos métodos separados para restar números mixtos.



Algoritmo

Para restar números mixtos:

Método 1: El método de tomar prestado

1. Déjalo en forma de números mixtos .
2. Resta los números enteros.
3. Escribe las fracciones con denominadores comunes.
4. Toma prestado un entero si lo necesita.
5. Resta las fracciones.
6. Escribe en forma más simple.

Método 2: Método de fracciones impropias

1. Convertir todo a la forma de fracciones impropias.
2. Halla un denominador común.
3. Resta.
4. Escribe en forma más simple (forma - número mixto).

Generalmente, si te dan números muy grandes para restar (como $107\frac{2}{3} - 103\frac{7}{12}$), es mejor usar el método de tomar. Pero cuando usas números relativamente pequeños (como $1\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$), convertir todo en fracciones impropias evita que no tengas que tomar prestado.



4. Resta lo siguiente. Usa el método que creas mejor.

a) $3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}$

b) $4\frac{1}{3} - 3\frac{4}{5}$

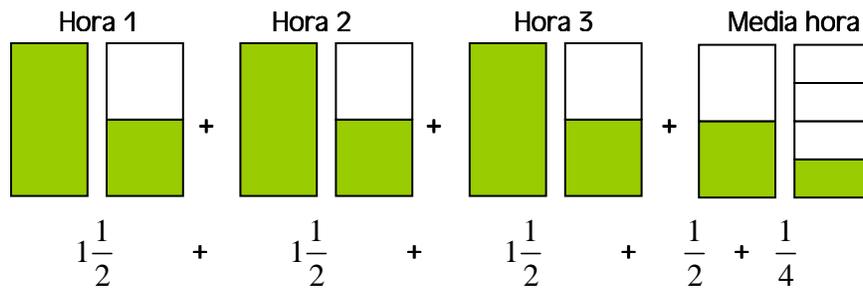
c) $16\frac{1}{5} - 14\frac{9}{15}$

Con el tiempo, llegas a ser tan rápido vendimiando que quieres ver cuánto tiempo te lleva. Ves que en una hora, puedes recoger $1\frac{1}{2}$ de barriles de uvas. A este paso, ¿cuántos barriles puedes llenar antes del almuerzo, que es dentro de $3\frac{1}{2}$ horas?

Si recoges $1\frac{1}{2}$ barriles en 1 hora, entonces en $3\frac{1}{2}$ horas, recogerás

$$\text{Horas} \longrightarrow 3\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} \longleftarrow \text{Barriles en una hora}$$

Como sabemos que la multiplicación es una suma repetida, una ilustración de las uvas que recoge en esas horas será así



Usando lo que sabemos de la suma,

$$\begin{aligned} & 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \\ &= 3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \\ &= 5\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Tú sabes que puedes llenar $5\frac{1}{4}$ barriles antes del almuerzo.

Pero ¿cómo mostramos $3\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$ sin suma repetida? Usaremos fracciones impropias.

$$3\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$$

Cambia a fracciones impropias

$$= \frac{7}{2} \times \frac{3}{2}$$

Multiplica numerador \times numerador
y denominador \times denominador

$$= \frac{21}{4}$$

Cambia a número mixto de nuevo.

$$= 5\frac{1}{4}$$

Debes usar siempre este método.



Algoritmo

Para multiplicar números mixtos:

1. Convierte todo a fracciones impropias.
2. Multiplica los numeradores y los denominadores.
3. Escribe como número mixto en la forma más simple.



iInténtalo!

5. Halla los productos en la forma más simple del número mixto.

a) $1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4}$

b) $2\frac{3}{4} \times 6\frac{4}{7}$

c) $\frac{9}{2} \times 3\frac{3}{5}$

Después del almuerzo, tu patrón te dice que tienes que echar todas las uvas que recogiste ese día en nuevos barriles. Los nuevos barriles son muy grandes. Uno de ellos puede llevar todas las uvas que normalmente llenan $2\frac{1}{3}$ de los barriles viejos. ¿Cuántos barriles nuevos necesitarás?

De los $5\frac{1}{4}$ barriles que recogiste antes del almuerzo, necesitas saber cuántos grupos de $2\frac{1}{3}$ tienes.

Estamos hablando de la división. Para contestar la pregunta, necesitas hallar $5\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3}$. Tú sabes cómo convertir números mixtos a fracciones impropias sin mucho problema, y también sabes dividir fracciones al multiplicar por el recíproco del divisor. Usemos estos pasos para encontrar la respuesta.

Cambia todo a fracciones
impropias.

Dale la vuelta al divisor, y cambia el
signo de la división al signo de la
multiplicación

Multiplica numeradores y
denominadores.

Cambia a un número mixto.

Simplifica la fracción.

$$5\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3}$$

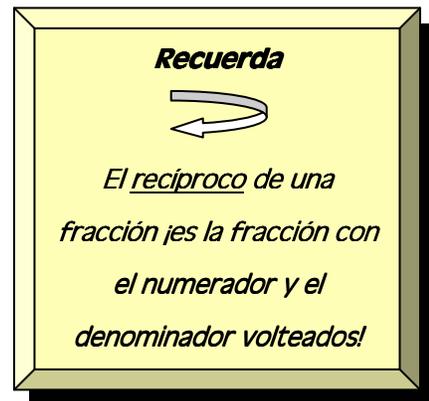
$$= \frac{21}{4} \div \frac{7}{3}$$

$$= \frac{21}{4} \times \frac{3}{7}$$

$$= \frac{63}{28}$$

$$= 2\frac{7}{28}$$

$$= 2\frac{1}{4}$$



Hallamos que las uvas llenarán dos barriles grandes y un cuarto de otro barril. Necesitarás tres barriles grandes.

Lo mismo que con la multiplicación, primero convertimos a fracciones impropias para dividir números mixtos.



Algoritmo

Para dividir números mixtos:

1. Convertir todo a fracciones impropias.
2. Cambia el signo de la división al signo de la multiplicación. Toma el recíproco del divisor.
3. Multiplica los numeradores y los denominadores.
4. Convierte el número mixto en la forma más simple.

Hagamos un ejemplo más.

Ejemplo

Halla el cociente de $6\frac{2}{3} \div 4\frac{1}{4}$

Solución

$$6\frac{2}{3} \div 4\frac{1}{4}$$

$$= \frac{20}{3} \div \frac{17}{4}$$

$$= \frac{20}{3} \times \frac{4}{17}$$

$$= \frac{80}{51}$$

$$= 1\frac{29}{51}$$



¡Inténtalo!

6. Halla los cocientes en la forma más simple del número mixto.

a) $1\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4}$

b) $2\frac{3}{4} \div 6\frac{4}{7}$

7. 40 libras de manzanas hacen $3\frac{1}{2}$ galones de sidra. ¿Cuántas libras de manzanas se necesitan para hacer 1 galón de sidra?

Repaso

1. Marca las siguientes definiciones:
 - a. número mixto
 - b. fracción propia
 - c. fracción impropia

2. Escribe una pregunta que te gustaría hacerle a tu instructor, o algo nuevo que hayas aprendido en esta lección.



Problemas de práctica Math On the Move Lección 7

Instrucciones: Escribe las respuestas en la libreta de matemáticas. Titula este ejercicio Math On the Move – Lección 7, Conjuntos A y B

Conjunto A

1. Convertir números mixtos a fracciones impropias, o fracciones impropias a números mixtos en la forma más simple.

a) $2\frac{1}{2}$

b) $1\frac{7}{8}$

c) $4\frac{14}{15}$

d) $\frac{78}{3}$

2. Halla la suma, diferencia, producto o cociente y expresa tu respuesta en la forma más simple del número mixto.

a) $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}$

b) $1\frac{4}{5} \times 4\frac{1}{2}$

c) $2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{4}$

d) $3\frac{1}{5} \div 2\frac{1}{3}$

e) $9\frac{7}{8} \times 1\frac{2}{5}$

f) $8\frac{3}{4} - 7\frac{1}{4}$

Conjunto B

1. Ordena de menor a mayor

$$\frac{15}{4}, \quad 3\frac{1}{4}, \quad 3\frac{1}{2}$$

2. Tú tienes $3\frac{2}{3}$ barriles de uvas, y quieres darle $\frac{1}{3}$ de un barril de uvas a cada uno de tus doce tías y tíos. ¿Tienes suficientes uvas? Explica tu respuesta.

3. ¿Qué es más fácil, sumar fracciones o multiplicar fracciones? Explica por qué.

Respuestas a
 Inténtalo

1. a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{23}{8}$ c) $\frac{15}{4}$ d) $\frac{28}{5}$

2. a) $1\frac{2}{3}$ b) $2\frac{5}{8}$ c) $1\frac{1}{4}$ d) $2\frac{1}{5}$

3. a) $3\frac{2}{3}$ b) $11\frac{3}{4}$ c) $8\frac{1}{15}$

4. a) $1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$ b) $\frac{8}{15}$ c) $1\frac{3}{5}$

5. a) $1\frac{2}{3}$ b) $18\frac{1}{14}$ c) $16\frac{1}{5}$

6. a) $1\frac{1}{5}$ b) $\frac{77}{184}$

7. $11\frac{3}{7}$



Fin de la lección 7